

УДК 621.317

РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА ОХВАТА ДЛЯ НОРМАЛЬНО И РАВНОМЕРНО РАСПРЕДЕЛЕННЫХ СОСТАВЛЯЮЩИХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

И.П. Захаров

(Харьковский национальный университет радиоэлектроники)

Методом Монте-Карло произведен расчет коэффициентов охвата при оценивании расширенной неопределенности для составляющих, распределенных по нормальному и равномерному законам.

метод Монте-Карло, коэффициент охвата, неопределенность

Введение. При оценивании неопределенности в измерении типичным является случай, когда известным вкладам неопределенности предположительно соответствуют нормальные и равновероятные законы распределения (когда составляющие неопределенности оценены по типу B или по типу A при значительном (больше 30) числе наблюдений). Для нахождения расширенной неопределенности (и соответствующего коэффициента охвата) требуется получение композиции указанных законов распределения. В теории погрешностей ограничиваются случаями, допускающими простое аналитическое решение подобных задач (либо композиция нескольких равномерных законов при ограниченных соотношениях СКО, либо композиция одного нормального и одного равномерного закона распределения) [1]. В силу сказанного указанные методики носят упрощенный характер и завышают значение доверительной погрешности, кроме того, они рассматриваются относительно границ неисключенных систематических погрешностей (НСП), что требует пересчета при оценивании расширенной неопределенности на основе стандартных отклонений.

Целью работы является получение коэффициентов охвата для вычисления расширенной неопределенности при четырех вкладах неопределенности, которым соответствуют указанные законы распределения.

Решение этой задачи осуществлялось методом Монте-Карло [2]. Использование для решения этой задачи объемов выборок 10^7 (100 выборок объемом 10^5 с последующим усреднением результатов) позволило свести собственную неопределенность оценивания коэффициента охвата ниже значения 0,0005.

Композиция равномерных законов. Результаты расчета коэффициентов охвата для уровня доверия 0,95 для соотношений стандартных отклонений вкладов неопределенности к стандартному отклонению наибольшего вклада представлены в табл. 1 – 10. При этом предполагается, что стандартные отклонения вкладов расположены по убыванию ($S_1 \geq S_2 \geq S_3 \geq S_4$)

Таблица 1

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 1$ S_3/S_1 | | | | | | | |
|-----------|----------------------------|------|------|------|------|------|------|-------|
| | 0-0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9-1 |
| 0-0,2 | 1,90 | 1,90 | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,3-0,4 | | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,5-0,6 | | | | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,7-1 | | | | | | 1,93 | 1,94 | 1,94 |

Таблица 2

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,1$ S_3/S_1 | |
|-----------|------------------------------|------|
| | 0,0 | 0,1 |
| 0,0 | 1,65 | 1,67 |
| 0,1 | | 1,68 |

Таблица 3

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,9$ S_3/S_1 | | | | | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|
| | 0-0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 | 0,9 |
| 0-0,1 | 1,90 | 1,90 | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,2 | 1,90 | 1,90 | 1,91 | 1,92 | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,3-0,4 | | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,5 | | | | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,93 | 1,94 |
| 0,6-0,9 | | | | | 1,93 | 1,93 | 1,94 | 1,94 |

Таблица 4

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,2$ S_3/S_1 | |
|-----------|------------------------------|------|
| | 0-0,1 | 0,2 |
| 0,0 | 1,70 | 1,73 |
| 0,1 | 1,71 | 1,73 |
| 0,2 | | 1,75 |

Таблица 5

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,8$ S_3/S_1 | | | | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|------|------|------|
| | 0-0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 |
| 0-0,2 | 1,89 | 1,90 | 1,90 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,93 |
| 0,3 | | 1,90 | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,93 | 1,93 |
| 0,4 | | | 1,91 | 1,92 | 1,92 | 1,93 | 1,93 |
| 0,5-0,6 | | | | 1,92 | 1,93 | 1,93 | 1,93 |
| 0,7-0,8 | | | | | | 1,93 | 1,94 |

Таблица 6

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,4$ S_3/S_1 | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|
| | 0-0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
| 0-0,2 | 1,80 | 1,81 | 1,82 | 1,84 |
| 0,3 | 1,80 | 1,81 | 1,82 | 1,85 |
| 0,4 | | 1,82 | 1,83 | 1,85 |
| 0,5-0,6 | | | 1,84 | 1,86 |
| 0,7-0,8 | | | | 1,87 |

Таблица 7

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,7$ S_3/S_1 | | | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|------|------|
| | 0-0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 | 0,7 |
| 0-0,3 | 1,88 | 1,89 | 1,90 | 1,90 | 1,92 | 1,92 |
| 0,4 | | | 1,91 | 1,91 | 1,92 | 1,92 |
| 0,5 | | | | 1,92 | 1,92 | 1,93 |
| 0,6-0,7 | | | | | 1,93 | 1,93 |

Таблица 8

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,3$ S_3/S_1 | | |
|-----------|------------------------------|------|------|
| | 0-0,1 | 0,2 | 0,3 |
| 0,0 | 1,75 | 1,77 | 1,79 |
| 0,1 | 1,76 | 1,77 | 1,79 |
| 0,2 | | 1,78 | 1,81 |
| 0,3 | | | 1,82 |

Таблица 9

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,6$ S_3/S_1 | | | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|------|------|
| | 0-0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 | 0,6 |
| 0-0,1 | 1,86 | 1,86 | 1,87 | 1,88 | 1,90 | 1,91 |
| 0,2 | | 1,87 | 1,87 | 1,89 | 1,90 | 1,91 |
| 0,3 | | | 1,88 | 1,89 | 1,90 | 1,91 |
| 0,4 | | | | 1,90 | 1,91 | 1,91 |
| 0,5-0,6 | | | | | 1,91 | 1,92 |

Таблица 10

| S_4/S_1 | $S_2/S_1 = 0,5$ S_3/S_1 | | | | | |
|-----------|------------------------------|------|------|------|------|------|
| | 0,0 | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,4 | 0,5 |
| 0,0 | 1,83 | 1,83 | 1,84 | 1,85 | 1,87 | 1,88 |
| 0,1 | | 1,84 | 1,84 | 1,85 | 1,87 | 1,88 |
| 0,2 | | | 1,85 | 1,86 | 1,87 | 1,88 |
| 0,3 | | | | 1,86 | 1,88 | 1,89 |
| 0,4-0,5 | | | | | 1,88 | 1,90 |

Анализ табл. 1 – 10 показывает, что коэффициенты охвата с погрешностью не более 4% можно принять равными их максимальным значениям, приведенным в табл. 11.

Таблица 11

Максимальные значения коэффициентов охвата для равномерно распределенных составляющих неопределенности

| S_2/S_1 | 1-0,8 | 0,9 | 0,6 | 0,5 | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |
|----------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| k | 1,94 | 1,93 | 1,92 | 1,90 | 1,87 | 1,82 | 1,75 | 1,68 |
| макс. δ | -2,6 % | -2,7 % | -3,1 % | -3,8 % | -3,9 % | -3,8 % | -2,9 % | -1,8 % |

Композиция нормального и равномерных законов. Результаты расчета коэффициентов охвата для уровня доверия 0,95 для соотношений стандартных отклонений вкладов неопределенности к стандартному отклонению наибольшего равномерно распределенного вклада (S_1) представлены в табл. 12 – 21. Случай, когда нормально распределенный вклад больше наибольшего равномерно распределенного ($S_n > S_1$) не рассматривается, поскольку коэффициенты охвата, получаемые при этом, находятся в пределах от 1,92 до 1,96 даже при двух равномерно распределенных вкладах неопределенности и могут быть с погрешностью не более 2 % приняты равными коэффициенту для нормального закона распределения (1,96).

Анализ таблиц 12 – 21 показывает, что при замене коэффициентов охвата их максимальным значением (1,94), относительная погрешность может достигать 18 % (табл. 22).

На рис. 1 изображены зависимости коэффициента охвата для композиции нормального и двух равновероятных законов распределения при разных соотношениях их стандартных неопределенностей. Пунктиром обозначена зависимость коэффициента охвата, полученная по методике, описанной в [3] при оценивании доверительной погрешности прямых многократных измерений.

Максимальное отличие коэффициентов охвата, полученное по разным методикам, составляет 16 %.

Выводы. 1. Полученные расчетные значения коэффициентов охвата позволяют оценивать расширенную неопределенность при равномерно и нормально распределенных составляющих.

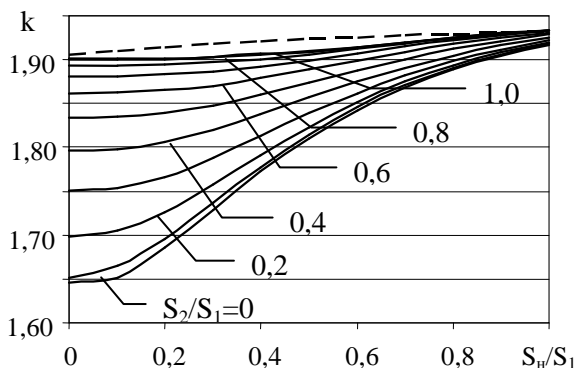


Рис. 1. Зависимость коэффициента охвата от соотношения стандартных отклонений вкладов неопределенности

2. Приближенные коэффициенты охвата обеспечивают получение максимального значения расширенной неопределенности с относительной погрешностью 1 ... 18 %.

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович С.Г. Погрешности измерений. – Л.: Энергия, 1978. – 262 с.
2. Кокс М., Харрис П., Зиберт Б.Р.-Л. Оценивание неопределенности измерений на основе трансформирования распределений с использованием моделирования по методу Монте-Карло // Измерительная техника. – 2003. – № 9. – С. 9 – 14.
3. ГОСТ 8.207-76. Прямые измерения с многократными наблюдениями. Методы обработки результатов наблюдений. – М.: Изд-во стандартов, 1978. – 11 с.

Поступила 11.07.2005

Рецензент: доктор технических наук, профессор И.В. Руженцев,
Харьковский национальный университет радиоэлектроники